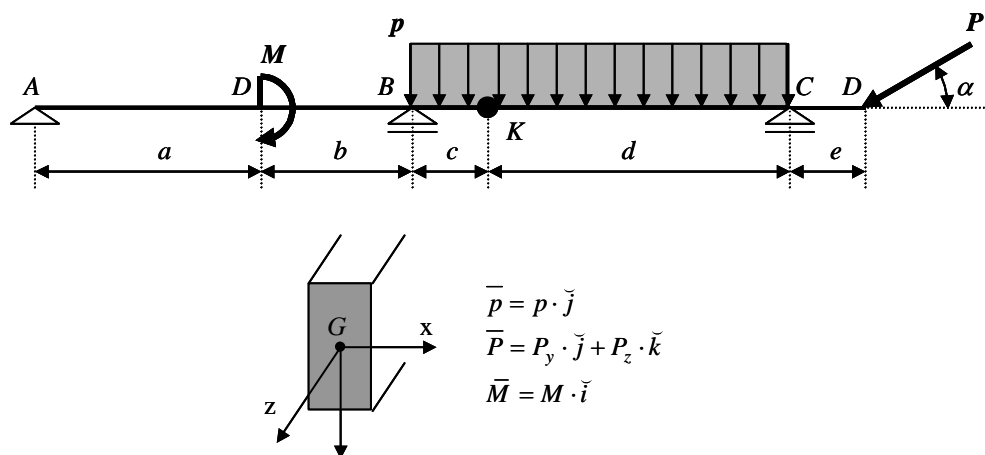


**Ejercicio N° 9- Enunciado**

Dado el sistema vinculado que se observa en la figura 9.1 y cuyos datos se indican en la tabla 9.1:



La línea de fuerzas  $m$  coincide con el eje  $y$  de la terna local, ubicada en la cara derecha. El sentido de las cargas también está referido a dicha terna.

**Figura 9.1**

$a$	$b$	$c$	$d$	$e$	$\alpha$	$p$	$P$	$M$
$m$	$m$	$m$	$m$	$m$	$^\circ$	$kN/m$	$kN$	$kNm$
3	2	1	4	1	30	30	100	50

**Tabla 9.1**

Se solicita:

1. Trazar los diagramas de esfuerzos característicos
2. Indicar los esfuerzos que se generan en la cara derecha de la sección  $B'$ , teniendo en cuenta la respectiva terna local

## Ejercicio N° 9- Resolución

### 1. Trazado de los diagramas de esfuerzos característicos

Antes de trazar los diagramas, debe realizarse el análisis del sistema y luego calcular las reacciones de vínculo.

#### a. Análisis cinemático

El sistema está constituido por dos barra vinculadas entre si mediante una articulación relativa en  $K$ . Dicho sistema articulado posee cuatro grados de libertad, al cual se le han impuesto cuatro condiciones de vínculo externo; en consecuencia, se encuentra isostáticamente sustentado, siendo el problema estáticamente determinado.

Por otra parte, no existe configuración de vínculo aparente, pues la normal a la base del apoyo móvil  $B$  no pasa por  $A$  y la del apoyo móvil  $C$  no pasa por  $K$ .

#### b. Cálculo de las reacciones de vínculo

Deberá realizarse el diagrama de cuerpo libre, asignando a las incógnitas sentidos arbitrarios. Luego, se plantean las tres Ecuaciones Generales de Equilibrio, más una “Ecuación de Condición” de nulidad de momentos de las fuerzas que quedan a la derecha de la articulación  $K$ . Se toma como referencia la denominada “Terna Global”, donde el eje  $x$  es normal al plano  $xz$ . En la figura 9.2 se muestra el diagrama de cuerpo libre.

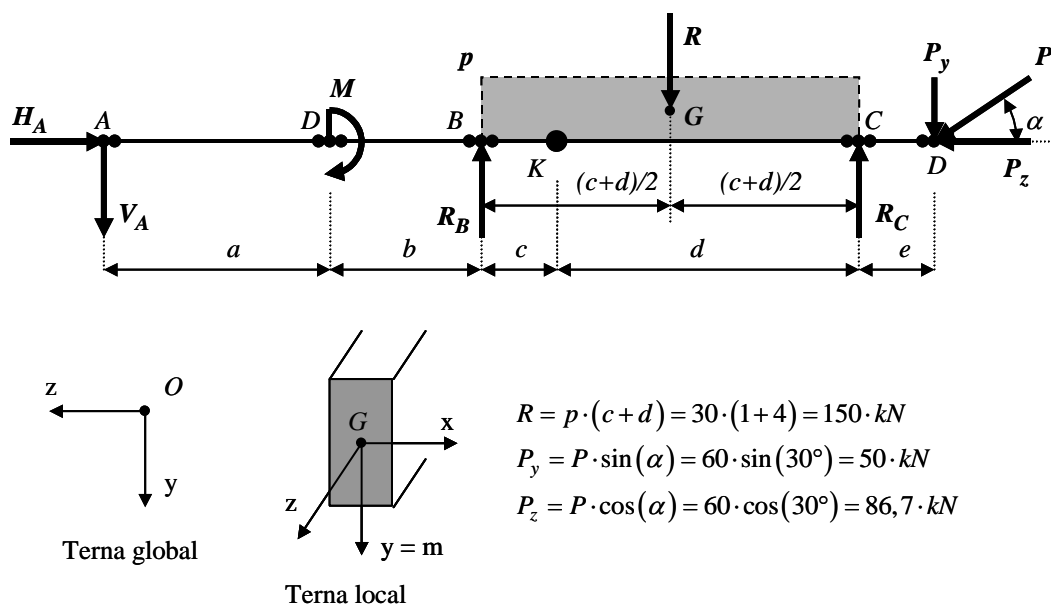


Figura 9.2

$$\sum_i P_{iz} = 0$$

$$-H_A + P_z = 0$$

$$H_A = P_z$$

$$H_A = 86,7 \cdot kN$$

$$\sum_i M_{ix}^K = 0$$

$$p \cdot d \cdot \frac{d}{2} + P_y \cdot (d + e) - R_C \cdot d = 0$$

$$R_C = \frac{p \cdot d \cdot \frac{d}{2} + P_y \cdot (d + e)}{d}$$

$$R_C = \frac{30 \cdot 4 \cdot \frac{4}{2} + 50 \cdot (4 + 1)}{4}$$

$$R_C = 122,5 \cdot kN$$

$$\sum_i M_{ix}^A = 0$$

$$M - R_B \cdot (a + b) + R \cdot \left( a + b + \frac{c + d}{2} \right) - R_C \cdot (a + b + c + d) + P_y \cdot (a + b + c + d + e)$$

$$R_B = \frac{M + R \cdot \left( a + b + \frac{c + d}{2} \right) - R_C \cdot (a + b + c + d) + P_y \cdot (a + b + c + d + e)}{(a + b)}$$

$$R_B = \frac{50 + 150 \cdot \left( 3 + 2 + \frac{1 + 4}{2} \right) - 122,5 \cdot (3 + 2 + 1 + 4) + 50 \cdot (3 + 2 + 1 + 4 + 1)}{(3 + 2)}$$

$$R_B = 100 \cdot kN$$

$$\sum_i P_{iy} = 0$$

$$V_A - R_B + R + P_y - R_C = 0$$

$$V_A = R_B + R - P_y + R_C$$

$$V_A = 100 - 150 - 50 + 122,5$$

$$V_A = 22,5 \cdot kN$$

Al resultar los valores de las incógnitas positivas, significa que los sentidos adoptados coinciden con los reales

### c. Trazado de los diagramas

De acuerdo a lo señalado en el ejercicio N°1 del presente trabajo práctico, deben calcularse en primer lugar los esfuerzos característicos en los denominados puntos singulares, donde los respectivos signos surgen de tener en cuenta las “temas locales” adoptadas

**1.1. Cálculo de los esfuerzos de corte  $Q_{zy}$  en los puntos singulares**

$$Q_{zy}(A') = V_A = 22,5 \cdot kN$$

$$Q_{zy}(B') = Q_{zy}(A') = 22,5 \cdot kN$$

$$Q_{zy}(B'') = Q_{zy}(B') - R_B = 22,5 - 100 = -77,5 \cdot kN$$

$$Q_{zy}(C') = Q_{zy}(B'') + R = -77,5 + 150 = 72,5 \cdot kN$$

$$Q_{zy}(C'') = Q_{zy}(C') - R_C = 72,5 - 122,5 = -50,0 \cdot kN$$

$$Q_{zy}(E') = Q_{zy}(C'') = -50,0 \cdot kN$$

Verificándose que  $Q_{zy}(E')$  tiene el mismo valor absoluto y signo contrario que  $P_y$ , lo cual es correcto.

**1.2. Cálculo de los momentos flexores  $M_{fx}$  en los puntos singulares**

$$M_{fx}(A) = 0 \cdot kN \cdot m$$

$$M_{fx}(D') = -V_A \cdot a = -22,5 \cdot 3 = -67,5 \cdot kN \cdot m$$

$$M_{fx}(D'') = M_{fx}(D') + M = -67,5 + 50 = -17,5 \cdot kN \cdot m$$

$$M_{fx}(B) = -V_A \cdot (a + b) + M = -22,5 \cdot (3 + 2) + 50 = -62,5 \cdot kN \cdot m$$

$$M_{fx}(K) = 0 \cdot kN \cdot m$$

$$M_{fx}(C) = -V_A \cdot (a + b + c + d) + M + R_B \cdot (c + d) - R \cdot \frac{(c + d)}{2}$$

$$M_{fx}(C) = -22,5 \cdot (3 + 2 + 1 + 4) + 50 + 100 \cdot (1 + 4) - 150 \cdot \frac{(1 + 4)}{2} = -50,0 \cdot kN \cdot m$$

$$M_{fx}(E) = 0 \cdot kN \cdot m$$

**1.1. Cálculo de los esfuerzos normales  $N_z$  en los puntos singulares**

$$N_{z(A')} = N_{z(D)} = N_{z(B)} = N_{z(K)} = N_{z(C)} = N_{z(E')} = -H_A = -86,7 \cdot kN$$

En la figura 9.3 se trazan los diagramas de esfuerzos característicos:

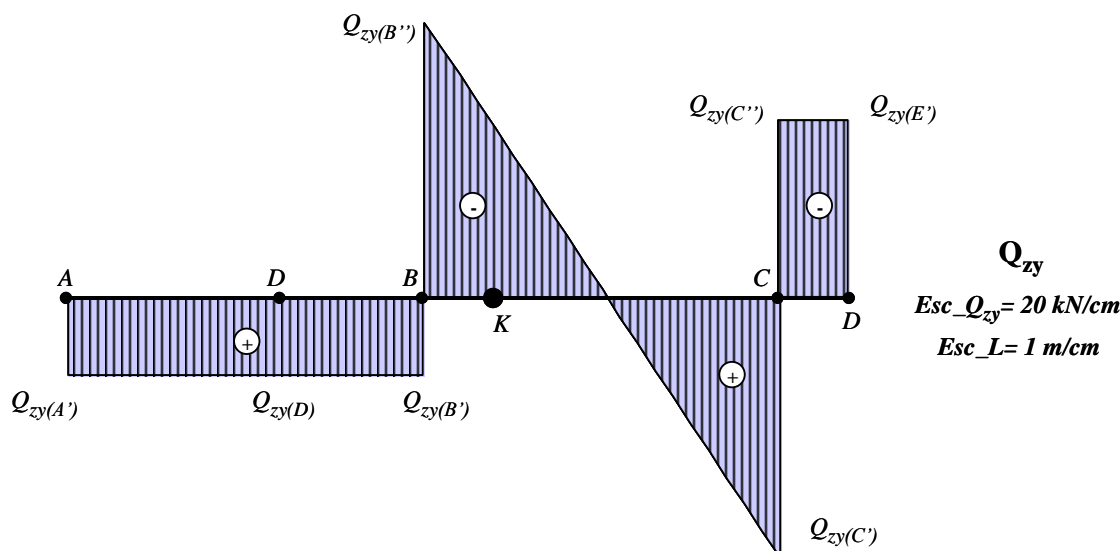


Figura 9.3

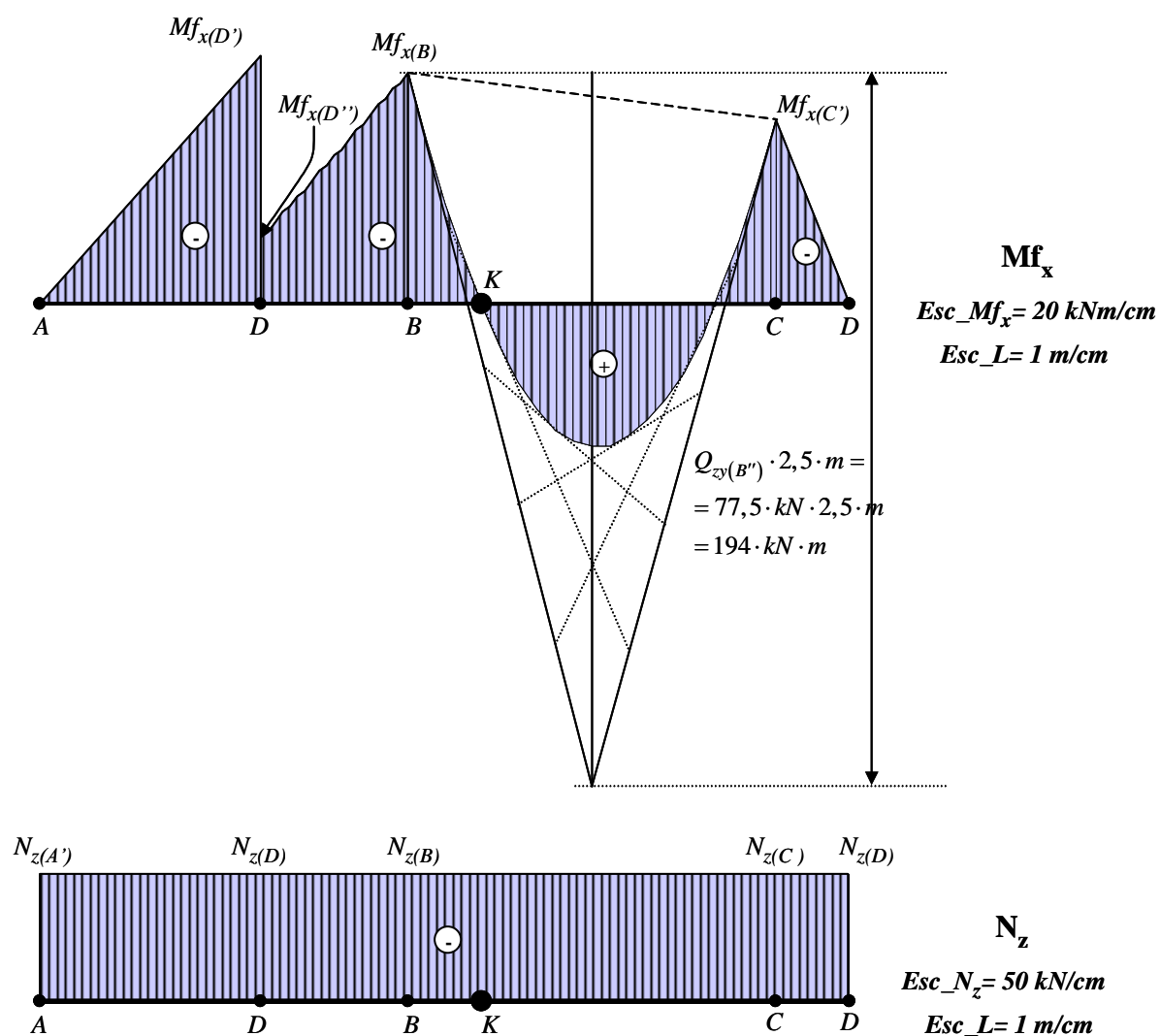


Figura 9.3 (continuación)

## 2. Esfuerzos que se generan en la cara derecha de la sección $B'$

Son los indicados a continuación, y se representan en la figura 9.4

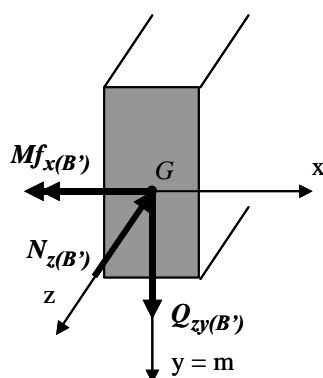


Figura 9.4

$$Q_{zy}(B') = 22,5 \cdot kN$$

$$Mf_x(B') = -62,5 \cdot kN \cdot m$$

$$N_z(B') = -86,7 \cdot kN$$